

© International Baccalaureate Organization 2021

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2021

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2021

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Mathematik: Analyse und Ansätze

Grundstufe

2. Klausur

Dienstag, 2. November 2021 (Vormittag)

Prüfungsnummer des Kandidaten

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1 Stunde 30 Minuten

Hinweise für die Kandidaten

- Schreiben Sie Ihre Prüfungsnummer in die Felder oben.
- Öffnen Sie diese Prüfungsklausur erst nach Aufforderung.
- Für diese Klausur wird ein grafikfähiger Taschenrechner (GTR) benötigt.
- Teil A: Beantworten Sie alle Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden.
- Teil B: Beantworten Sie alle Fragen im beigefügten Answerheft. Tragen Sie Ihre Prüfungsnummer auf der Vorderseite des Answerhefts ein und heften Sie es mit dieser Prüfungsklausur und Ihrem Deckblatt mit Hilfe der beiliegenden Klammer zusammen.
- Sofern in der Frage nicht anders angegeben, sollten alle numerischen Antworten entweder exakt oder auf drei signifikante Stellen genau angegeben werden.
- Für diese Klausur ist ein unverändertes Exemplar der **Formelsammlung zu Mathematik: Analyse und Ansätze** erforderlich.
- Die Höchstpunktzahl für diese Prüfungsklausur ist **[80 Punkte]**.



Für eine richtige Antwort ohne Rechenweg wird möglicherweise nicht die volle Punktzahl anerkannt. Die Antworten müssen durch einen Rechenweg bzw. Erläuterungen ergänzt werden. Lösungen, die mit einem grafikfähigen Taschenrechner (GTR) berechnet werden, sollten von einem passenden Rechenweg begleitet werden. Wenn Sie zum Beispiel Graphen zum Finden einer Lösung verwenden, sollten Sie diese als Teil Ihrer Antwort skizzieren. Bei falschen Antworten können ggf. Punkte für die richtige Methode vergeben werden, sofern dies durch einen schriftlichen Rechenweg erkennbar wird. Deshalb sollten Sie alle Rechenwege offenlegen.

Teil A

Beantworten Sie **alle** Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden. Bei Bedarf kann der Rechenweg unterhalb der Zeilen fortgesetzt werden.

1. [Maximale Punktzahl: 5]

In Lucys Musikakademie haben acht Schüler und Schülerinnen ihre Klavier-Abschlussprüfung abgelegt und dabei jeweils eine Punktzahl aus 150 Gesamtpunkten erreicht. Lucy hatte beschlossen, in den Wochen vor der Prüfung die durchschnittliche Anzahl der Übungsstunden pro Woche für alle ihre Klavierschüler und -schülerinnen aufzuschreiben. Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle dargestellt.

Durchschnittliche wöchentliche Übungszeit (h)	28	13	45	33	17	29	39	36
Abschlussnote (D)	115	82	120	116	79	101	110	121

- (a) Finden Sie den Pearsonschen Produkt-Moment-Korrelationskoeffizienten r für diese Daten. [2]
- (b) Der Zusammenhang zwischen den Variablen kann durch die Regressionsgleichung $D = ah + b$ modelliert werden. Notieren Sie die Werte von a und b . [1]
- (c) Eine Klavierschülerin von diesen acht Schülern und Schülerinnen war von ihrem Ergebnis enttäuscht und wünschte sich, sie hätte mehr geübt. Bestimmen Sie auf der Grundlage der gegebenen Daten, wie sich ihr Ergebnis voraussichtlich verändert hätte, wenn sie zusätzlich fünf Stunden pro Woche geübt hätte. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

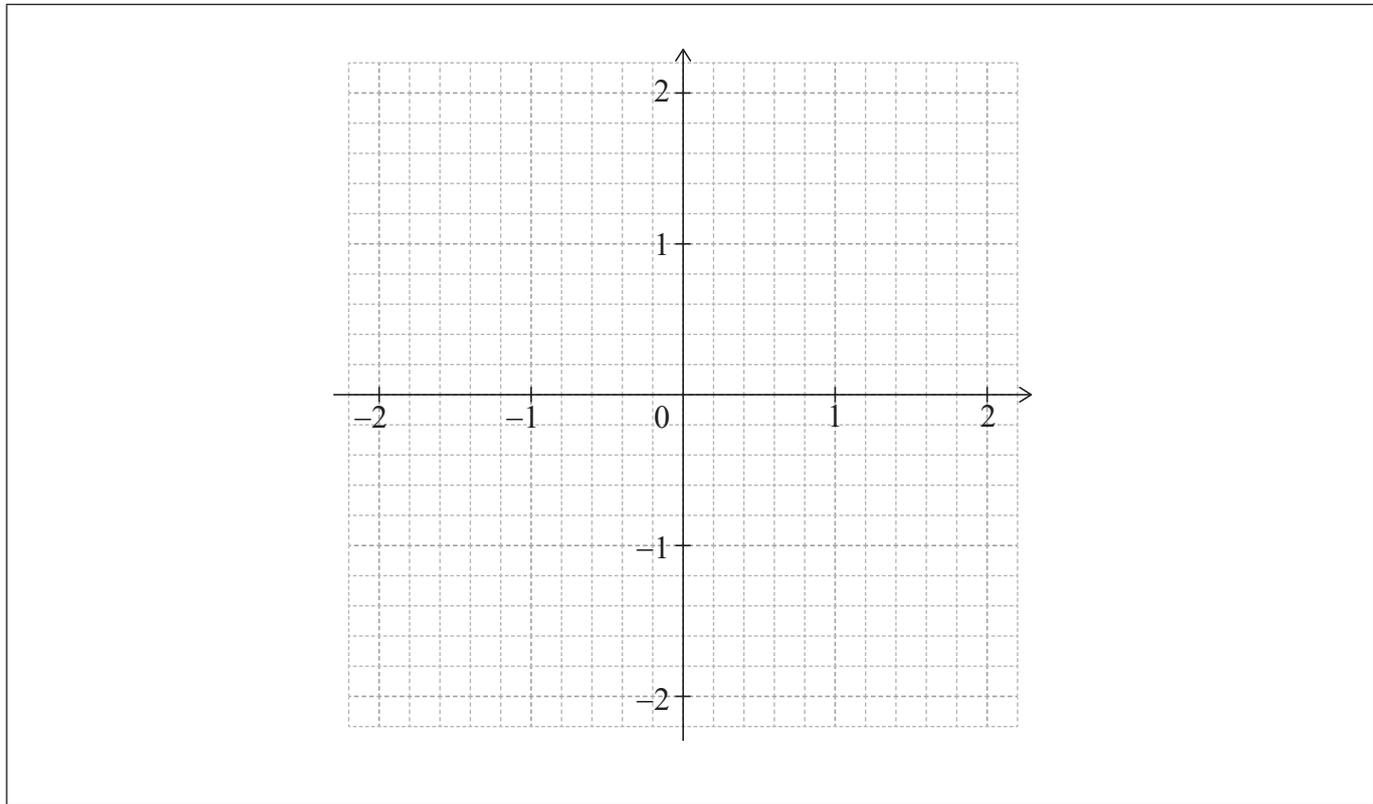
.....



2. [Maximale Punktzahl: 5]

Betrachten Sie die Funktion $f(x) = e^{-x^2} - 0,5$ für $-2 \leq x \leq 2$.

- (a) Finden Sie die Werte von x , für die $f(x) = 0$. [2]
- (b) Skizzieren Sie den Graphen von f im nachstehenden Koordinatensystem. [3]



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Bitte umblättern

3. [Maximale Punktzahl: 5]

Betrachten Sie ein Dreieck ABC , mit $AC = 12$, $CB = 7$ und $\hat{BAC} = 25^\circ$.

Finden Sie den kleinstmöglichen Umfang des Dreiecks ABC .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

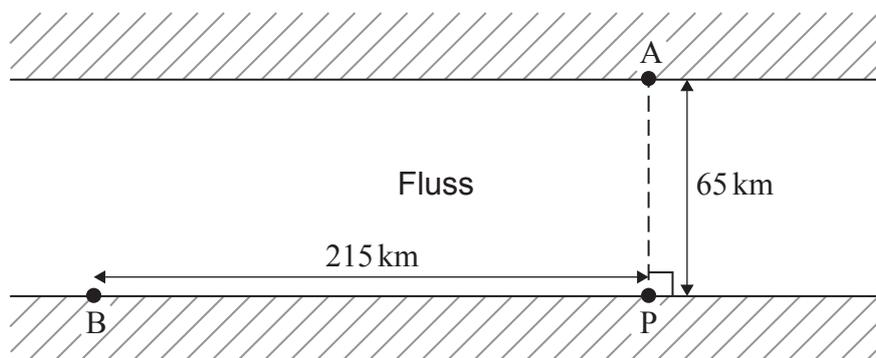
Teil B

Beantworten Sie **alle** Fragen im beigefügten Antwortheft. Bitte beginnen Sie jede Frage auf einer neuen Seite.

7. [Maximale Punktzahl: 14]

Die Punkte A und P liegen an gegenüberliegenden Ufern eines Flusses, so dass AP die kürzeste Entfernung über den Fluss ist. Der Punkt B stellt das Zentrum einer Stadt dar, die am Flussufer liegt. $PB = 215 \text{ km}$, $AP = 65 \text{ km}$ und $\hat{APB} = 90^\circ$.

Das nachstehende Diagramm veranschaulicht die geografische Lage.



Ein Boot auf dem Fluss fährt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 42 km h^{-1} . Auf der gerade verlaufenden Straße zwischen P und B fährt ein Bus mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 84 km h^{-1} .

(a) Finden Sie die Fahrtzeit in Stunden von A nach B unter den folgenden Voraussetzungen:

- (i) Man nimmt das Boot von A nach P und den Bus von P nach B.
- (ii) Man nimmt das Boot, das direkt nach B fährt.

[4]

Für einen auf der Straße von P nach B liegenden Punkt D gelte: $BD = x \text{ km}$. Das Boot fährt von A nach D, und der Bus fährt von D nach B.

- (b) (i) Finden Sie einen Ausdruck in Abhängigkeit von x für die Reisezeit T von A über D nach B.
- (ii) Finden Sie den Wert von x , für den T am kleinsten ist.
- (iii) Notieren Sie den kleinsten Wert von T .

[6]

(Auf die vorliegende Frage wird auf der nächsten Seite weiter eingegangen)



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

(Fortsetzung Frage 7)

(c) Für einen Ausflug werden das Boot und der Bus angemietet. Die Bootsmiete beläuft sich auf 200 \$ pro Stunde und die Busmiete auf 150 \$ pro Stunde.

(i) Finden Sie den neuen Wert von x , so dass die Gesamtkosten C für die Fahrt von A nach B über D minimal sind.

(ii) Notieren Sie die niedrigsten Gesamtkosten für diese Fahrt.

[4]



12EP09

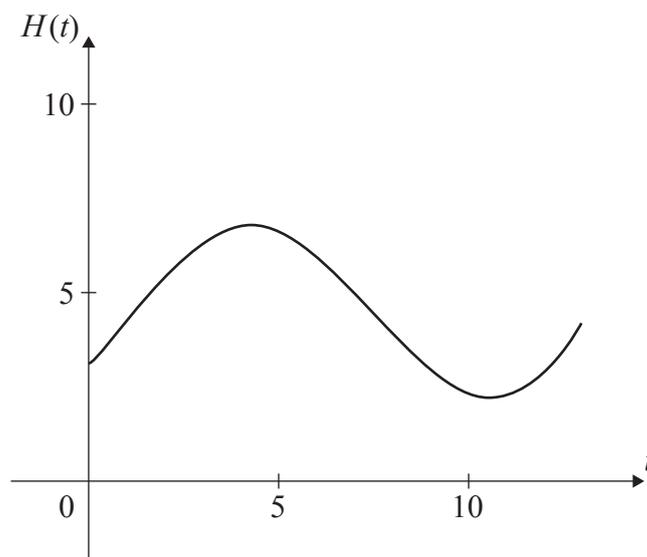
Bitte umblättern

Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

8. [Maximale Punktzahl: 13]

Der Wasserpegel (in Meter) im Hafen von Dungeness lässt sich durch die Funktion $H(t) = a \sin(b(t - c)) + d$ modellieren. Hierbei ist t die Anzahl der Stunden nach Mitternacht, und a , b , c und d sind Konstanten mit $a > 0$, $b > 0$ und $c > 0$.

Die folgende Grafik zeigt den Wasserpegel über 13 Stunden, beginnend um Mitternacht.



Das erste Hochwasser tritt um 04:30 Uhr auf und das nächste Hochwasser tritt 12 Stunden später auf. Im Laufe des Tages schwankt der Wasserpegel zwischen 2,2 m und 6,8 m.

Alle Pegelstände werden auf eine Dezimalstelle genau angegeben.

- (a) Zeigen Sie, dass $b = \frac{\pi}{6}$. [1]
- (b) Finden Sie den Wert von a . [2]
- (c) Finden Sie den Wert von d . [2]
- (d) Finden Sie den kleinstmöglichen Wert von c . [3]
- (e) Finden Sie den Wasserpegel um 12:00 Uhr. [2]
- (f) Bestimmen Sie die Anzahl der Stunden innerhalb eines 24-Stunden-Zeitraums, in denen der Wasserpegel höher ist als 5 Meter. [3]



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

9. [Maximale Punktzahl: 16]

Die Zufallsvariable X folgt einer Normalverteilung mit Durchschnittswert μ und Standardabweichung σ .

- (a) Finden Sie $P(\mu - 1,5\sigma < X < \mu + 1,5\sigma)$. [3]

Das Gewicht (in Gramm) der auf einem Hof angebauten Avocados ist normalverteilt mit dem Durchschnittswert μ und der Standardabweichung σ . Je nach Gewicht werden Avocados in die Kategorien Klein, Mittel, Groß oder Premium eingeteilt. Die folgende Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeit, mit der eine auf dem Hof angebaute Avocado als klein, mittel, groß oder Premium eingestuft wird.

Kategorie	Klein	Mittel	Groß	Premium
Wahrscheinlichkeit	0,04	0,576	0,288	0,096

Das Höchstgewicht einer kleinen Avocado beträgt 106,2 Gramm.

Das Mindestgewicht einer Premium-Avocado beträgt 182,6 Gramm.

- (b) Finden Sie die Werte von μ und σ . [5]

Ein Supermarkt kauft dem Hof alle Avocados ab, die mehr als 106,2 Gramm wiegen.

- (c) Finden Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine aus diesem Kauf zufällig ausgewählte Avocado jeweils in die folgenden Kategorien eingeteilt wird:

(i) Mittel,

(ii) Groß,

(iii) Premium. [4]

Die Verkaufspreise der verschiedenen Avocado-Kategorien in diesem Supermarkt sind in der folgenden Tabelle aufgeführt:

Kategorie	Mittel	Groß	Premium
Verkaufspreis (\$) pro Avocado	1,10	1,29	1,96

Der Supermarkt zahlt dem Hof 200 \$ für die Avocados und geht davon aus, dass er sie in genau demselben Verhältnis verkaufen wird, wie er sie vom Hof erworben hat.

- (d) Finden Sie ausgehend von diesem Modell heraus, wie viele Avocados verkauft werden müssen, damit der Nettogewinn für den Supermarkt mindestens 438 \$ beträgt. [4]

Quellen:

© International Baccalaureate Organization 2021



Bitte schreiben Sie **nicht** auf dieser Seite.

Antworten, die auf dieser Seite geschrieben
werden, werden nicht bewertet.



12EP12